1 Integrales inmediatas

1. $\int \frac{d}{dx}\left[f(x)\right] dx = f(x) + c$
2. $\int u^m \, du = \frac{u^{m+1}}{m+1} + c \, , m \neq -1$
3. $\int \frac{du}{u} = \ln |u| + c$
4. $\int a^u \, du = \frac{a^u}{\ln a} + c \, , a > 0, a \neq 1$
5. $\int e^u \, du = e^u + c$
6. $\int \sin u \, du = -\cos u + c$
7. $\int \cos u \, du = \sin u + c$
8. $\int \tan u \, du = \ln |\sec u| + c$
9. $\int \cot u \, du = \ln |\sin u| + c$
10. $\int \sec u \, du = \ln |\sec u + \tan u| + c$
11. $\int \csc u \, du = \ln |\csc u - \cot u| + c$
12. $\int \sec^2 u \, du = \tan u + c$
13. $\int \csc^2 u \, du = -\cot u + c$
14. $\int \sec u \, \tan u \, du = -\csc u + c$
15. $\int \csc u \, \cot u \, du = -\csc u + c$
16. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + c$
17. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2+u^2}} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + c$
18. $\int \frac{du}{u\sqrt{a^2-u^2}} = \frac{1}{a} \arcsin \frac{u}{a} + c$

2 Técnicas de integración

2.1 Funciones trigonométricas

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \qquad ; \qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \qquad ; \qquad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

2.2 Funciones hiperbólicas

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad ; \qquad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad ; \qquad \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\frac{d}{dx}(\sinh x) = \cosh x \qquad ; \qquad \frac{d}{dx}(\cosh x) = \sinh x$$

2.3 Integración por partes

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

2.4 Integrales de funciones racionales

Sean $p(x), q(x) \in \mathbb{R}[x] \,:\, \delta p \lneq \delta q$.

1. Sean $x_1, \ldots, x_n$ raíces *reales simples* de $q(x)$, entonces

$$\int \frac{p(x)}{q(x)} dx = \int \left(\frac{A_1}{x - x_1} + \frac{A_2}{x - x_2} + \ldots + \frac{A_n}{x - x_n} \right) dx$$

   Si $q(x) = (x - x_1)(x - x_2) \cdots (x - x_n)$, con $A_i \in \mathbb{R}\, \forall i \in 1, \ldots, n$

2. Sean $x_1, \ldots, x_r$ raíces reales simples y $x_r{+}1, \ldots, x_n$ raíces *reales múltiples*; con x_i de multiplicidad m_i ; $\forall i \in r+1, \ldots, n$, entonces

$$\int \frac{p(x)}{q(x)} dx = \int \left(\frac{A_1}{x - x_1} + \frac{A_2}{x - x_2} + \ldots + \frac{A_r}{x - x_r} + \frac{A_{r+1}}{x - x_{r+1}} + \ldots + \right.$$
$$\left. + \frac{A_{r+1}^{m_{r+1}}}{(x - x_{r+1})^{m_{r+1}}} + \ldots + \frac{A_n}{x - x_n} + \ldots + \frac{A_n^{m_n}}{(x - x_n)^{m_n}} \right) dx$$

3. Sea $q(x) = q_1(x)(x^2 + \alpha_1 x + \beta_1) \cdots (x^2 + \alpha_r x + \beta_r)$ con r raíces *complejas simples*, entonces

$$\int \frac{p(x)}{q(x)} dx = \int \left(\frac{q_1(x)}{q(x)} + \frac{M_1 x + N_1}{x^2 + \alpha_1 x + \beta_1} + \cdots + \frac{M_r x + N_r}{x^2 + \alpha_r x + \beta_r} \right) dx$$

4. **Método de Hermite** para $q(x)$ con raíces reales y complejas, simples y múltiples. Sea $q(x) = (x-r_1)(x-r_2)^m \left[(x-\alpha_1)^2 + \beta_1^2\right] \left[(x-\alpha_2)^2 + \beta_2^2\right]^{m'}$, entonces

$$\begin{aligned}
\int \frac{p(x)}{q(x)} dx = \int \frac{A_1\, dx}{x - r_1} dx + \int \frac{A_2\, dx}{x - r_2} dx + \\
\int \frac{M_1 x + N_1}{(x-\alpha_1)^2 + \beta_1^2} dx + \int \frac{M_2 x + N_2}{(x-\alpha_2)^2 + \beta_2^2} dx + \\
+ \frac{P'(x)}{(x-r_1)^0 (x-r_2)^{m-1} \left[(x-\alpha_1)^2 + \beta_1^2\right]^0 \left[(x-\alpha_2)^2 + \beta_2^2\right]^{m'-1}} = \\
= A_1 \ln|x - r_1| + A_2 \ln|x - r_2| + \left(\cdot\right) \arctan\left(\frac{x-\alpha_1}{\beta_1}\right) + \\
\left(\cdot\right) \arctan\left(\frac{x-\alpha_2}{\beta_2}\right) + \frac{P'(x)}{q'(x)} + c
\end{aligned}$$

donde $P'(x)$ tiene un grado menos que el cociente de la última fracción $(q(x))$.